

ĐIỀU KHIỂN HỌC LẬP VỚI HÀM HỌC TUYẾN TÍNH CHO ROBOT CÔNG NGHIỆP KHỚP NỐI CÓ ĐỘ CỨNG VỮNG THẤP

ITERATIVE LEARNING CONTROL WITH A LINEAR LEARNING FUNCTION FOR INDUSTRIAL ROBOTS WITH LOW-STIFFNESS JOINTS

Võ Thu Hà, Thân Thị Thương

Khoa Điện - Tự động hóa, Trường Đại học Kinh tế - Kỹ thuật Công nghiệp

Đến Tòa soạn ngày 10/12/2025, chấp nhận đăng ngày 30/4/2026

Tóm tắt: Bài báo này đề xuất áp dụng điều khiển học lập (ILC) với tham số hàm học tối ưu online cho các robot công nghiệp phi tuyến có khớp nối độ cứng thấp. Nghiên cứu tập trung vào hai mục tiêu chính: (i) phát triển nguyên tắc hiệu chỉnh tín hiệu điều khiển độc lập với mô hình nhằm khắc phục các thách thức mô hình hóa do độ đàn hồi và dao động của khớp gây ra; và (ii) ước lượng, bù tổng nhiễu bao gồm các bất định từ khớp linh hoạt, sai lệch cơ cấu chấp hành và biến thiên quá trình mà không cần phụ thuộc vào mô hình hệ thống tường minh. Phương pháp đề xuất giúp nâng cao hiệu quả cũng như tính khả thi trong thực tiễn của chiến lược điều khiển lai, tích hợp ILC với các phương pháp điều khiển truyền thống cho hệ thống robot có khớp có độ cứng vững thấp.

Từ khóa: Điều khiển học lập (ILC), khớp nối có độ cứng vững thấp, điều chỉnh tham số trực tuyến mà không cần sử dụng mô hình hệ thống tường minh.

Abstract: This paper presents an Iterative Learning Control (ILC) framework with online optimal learning function parameterization for nonlinear industrial robots equipped with low-stiffness joints. The proposed method aims to enhance trajectory tracking performance under significant modeling uncertainties and joint elasticity. First, a model-independent control refinement mechanism is introduced to mitigate the adverse effects of joint flexibility and oscillatory dynamics, thereby reducing the reliance on explicit system models. Second, an online estimation and compensation scheme is developed to handle aggregated disturbances, including uncertainties from flexible joints, actuator deviations, and process variations. By integrating ILC with conventional control strategies, the proposed hybrid approach improves both control accuracy and practical applicability for industrial robotic systems operating under low joint rigidity.

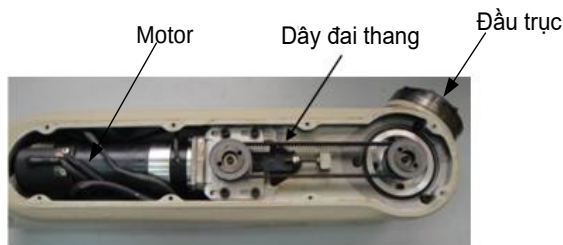
Keywords: Iterative Learning Control (ILC), low-stiffness joints / Low-rigidity joints, online parameter adaptation without explicit system modeling.

1. GIỚI THIỆU

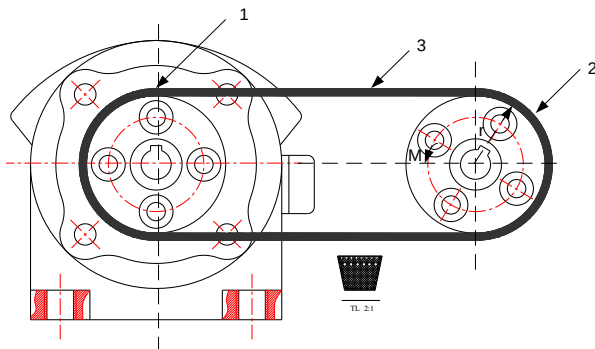
Trong các khớp nối có độ cứng vững thấp, bộ phận truyền động thường được ghép bởi các chi tiết như bánh răng, trục và đai truyền, tạo nên phần tử ghép có hệ số cứng tương đương, được xác định tùy theo từng loại chi tiết và hệ thống ghép nối [1]. Mômen từ động cơ đến khớp được truyền qua các khớp nối [2] và

thường được giả thiết là cứng hoàn toàn, nhưng trên thực tế luôn tồn tại các sai lệch như khe hở ổ giữa hai nửa khớp nối [3], lệch góc α giữa hai trục [4], hoặc lệch tâm gây nghiêng trục [5]. Những sai lệch này xuất phát từ giãn nở nhiệt, sai số gia công - lắp đặt và điều kiện lắp đặt không ổn định [3], [6], [7], và chúng thường xuất hiện đồng thời. Khi

robot làm việc trong điều kiện đó, các phản lực tại khớp nối gây ra tiếng ồn, rung động và thậm chí nguy cơ gãy trục, do đó các khớp này được xem là khớp nối có độ cứng vững thấp như minh họa ở Hình 1 và Hình 2.



Hình 1. Khớp nối mềm của Robot Almega16



Hình 2. Sơ đồ truyền động có khớp nối truyền động bằng dây đai thang

Bộ truyền đai gồm hai bánh đai - bánh dẫn (1) và bánh bị dẫn (2) - cùng vòng đai (3); nhờ ma sát giữa đai và bánh, chuyển động và cơ năng được truyền từ bánh dẫn sang bánh bị dẫn [8]. Đai thang có cấu tạo gồm lớp sợi chịu kéo, lớp vải cao su và lớp cao su chịu nén, với hai mặt bên ép vào rãnh hình thang của bánh đai là mặt làm việc chính [9]. Bộ truyền đai có các ưu điểm như truyền chuyển động giữa các trục cách xa nhau, vận hành êm, bảo vệ bộ truyền khi quá tải, kết cấu đơn giản và khả năng giảm rung, giảm va đập [10], [11]. Tuy nhiên, hệ thống cũng tồn tại nhược điểm như tỷ số truyền không ổn định do trượt đàn hồi, không phù hợp với truyền công suất lớn, lực tác dụng lên trục và ổ lớn, và tuổi thọ giảm khi vận tốc cao vì đai dễ mòn và bị nhão [12], [13]. Độ cứng vững của truyền động bằng đai

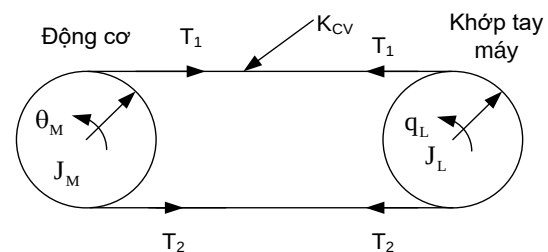
thang được tính theo công thức theo tài liệu [14].

$$K_{CV} = \frac{M}{\theta} = K_d \cdot r^2 \cdot j \quad (1)$$

trong đó: K_d - độ cứng vững của đai truyền khi giãn; r - bán kính của trục bị dẫn; $j = 2$.

Các yếu tố ảnh hưởng đến hệ truyền động của khớp nối có độ cứng vững thấp chủ yếu bao gồm: độ cứng K_{CV} nhỏ, mômen quán tính của khớp lớn hơn nhiều so với mômen quán tính động cơ, và tác động của lực ly tâm lên các trục. Tài liệu [15] cho thấy K_{CV} phụ thuộc vào hình dạng và vật liệu khớp; K_{CV} càng nhỏ thì khớp càng mềm, khiến tốc độ khớp và tốc độ động cơ khó bám nhau khi sử dụng điều chỉnh PID. Sự mềm dẻo của trục truyền động là nguyên nhân chính gây suy giảm chất lượng hệ truyền động [16]. Các giải pháp khắc phục gồm: (i) dùng bộ lọc kết hợp PID [17]; (ii) điều khiển phi tuyến với bộ quan sát trạng thái [18]; và (iii) điều khiển học lặp thông minh cho phép cải thiện bám quỹ đạo nhờ học từ sai số lặp lại [19], [20], [21]. Bài báo này tập trung nghiên cứu hệ truyền động của robot công nghiệp có khớp nối độ cứng thấp, trong đó chuyển động được truyền qua dây đai.

2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC HỆ TRUYỀN ĐỘNG CÓ KHỚP NỐI TRUYỀN BẰNG DÂY ĐAI THANG



Hình 3. Sơ đồ thay thế khớp tay máy công nghiệp có độ cứng vững thấp nối bằng dây đai thang

Mô hình của khớp nối giữa động cơ và khớp được truyền bằng dây đai hình thang có độ cứng vững thấp được ký hiệu K_{CV} , K_{CV} được

biểu diễn để cung cấp mômen cho khớp và cân bằng sự sai lệch vị trí giữa động cơ và khớp.

Trong đó: T_1, T_2 - mômen điện từ của động cơ, và mômen khớp (Nm); K_{CV} - hệ số cơ cấu nối khớp (Nm/rad); J_M - mômen quán tính của roto động cơ (kgm^2); J_L - mômen quán tính của khớp (kgm^2); θ_M - vị trí động cơ (rad); q_L - vị trí khớp (rad); r - bán kính của động cơ và khớp tay máy.

Phương trình biểu diễn quỹ đạo chuyển động của các đoạn được xác định theo các phương trình sau:

$$q(t) = \begin{cases} q_0 + \frac{1}{2} \ddot{q}_1 t^2 & (0 \leq t \leq t_1) \\ q_0 + \frac{1}{2} \ddot{q}_1 t_1 \left(t - \frac{t_1}{2} \right) & (t_1 \leq t \leq t_C - t_1) \\ q_C - \frac{1}{2} \ddot{q}_1 (t_C - t)^2 & (t_C - t_1 \leq t \leq t_C) \end{cases} \quad (2)$$

Trong đó: q_0 - vị trí ban đầu; q_C - vị trí cuối cùng; t_C - thời gian chuyển động.

Phương trình mômen quán tính xác định bởi:

$$T_1 = J_M \ddot{\theta}_M \quad (3)$$

Phương trình chuyển động khớp nối bằng dây đai, xác định bởi:

$$\begin{aligned} T_1 - T_2 &= 2 \cdot k \cdot r (q_L - \theta_M) \\ \tau_R &= K_{CV} (q_L - \theta_M) \end{aligned} \quad (4)$$

Trong đó: k - hệ số đàn hồi của dây đai; r - bán kính của dây đai.

Mômen (4) được truyền từ động cơ đến khớp qua dây đai hình thang, mômen này có thành phần tỉ lệ với sai lệch vị trí giữa động cơ và khớp ($q_L - \theta_M$). Phương trình động lực học nhiều bậc tự do có các khớp nối có độ cứng vững thấp được xác định như sau:

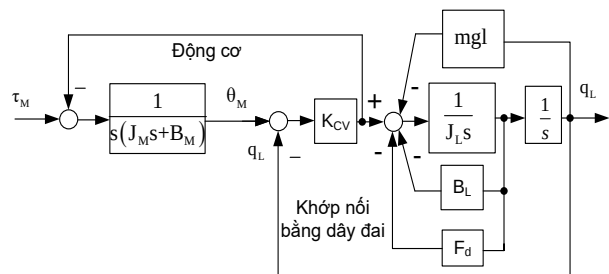
$$\begin{cases} M(q_L) \ddot{q}_L + C(q_L, \dot{q}_L) \dot{q}_L + G(q_L) + F_d(\dot{q}_L) + K_{CV} \cdot (q_L - \theta_M) = 0 \\ J_M \cdot \ddot{\theta}_M + B_M \cdot \dot{\theta}_M - K_{CV} \cdot (q_L - \theta_M) = \tau_M \end{cases} \quad (5)$$

Trong đó, tất cả các thuộc tính của phương trình động lực học xác định ở mục 2, từ (5) mô hình toán học cho một khớp nối bằng dây đai hình thang được biểu diễn ở Hình 4, được triển khai xác định cụ thể như sau:

$$\begin{cases} J_L \cdot \ddot{q}_L + B_L \cdot \dot{q}_L + mgl \sin q_L + F_d(\dot{q}_L) + K_{CV} \cdot (q_L - \theta_M) = 0 \\ J_M \cdot \ddot{\theta}_M + B_M \cdot \dot{\theta}_M - K_{CV} \cdot (q_L - \theta_M) = \tau_M \end{cases} \quad (6)$$

Trong đó: J_M - mômen quán tính của roto động cơ (kgm^2); J_L - mômen quán tính của khớp (khớp) (kgm^2); K_{CV} - hệ số cơ cấu nối khớp (Nm/rad); θ_M - vị trí động cơ (rad); q_L - vị trí khớp (rad); B_M - hệ số ma sát nhớt của động cơ; B_L - hệ số ma sát nhớt của khớp; F_d - thành phần lực ma sát động; m - khối lượng của thanh nối; l - chiều dài của thanh nối; τ_M - mômen điện từ của động cơ (Nm).

Mô hình toán học khớp nối bằng dây đai được biểu diễn Hình 4:



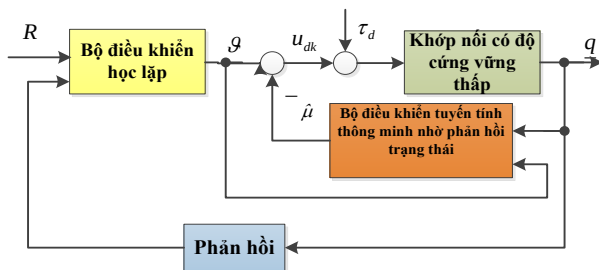
Hình 4. Mô hình toán học khớp nối truyền bằng dây đai thang

Nhận xét: Khớp nối truyền động bằng dây đai hình thang (5) là một hệ phi tuyến có tham số bất định do độ cứng vững thấp và khoảng cách truyền động lớn. Mômen quán tính tại khớp thường lớn hơn nhiều so với động cơ, đồng thời chịu ảnh hưởng của lực ly tâm và tương tác liên khớp, dẫn đến suy giảm độ chính xác bám quỹ đạo. Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất một thuật toán điều khiển cho hệ truyền động có khớp nối độ cứng thấp,

sử dụng khai triển Taylor trong mạch vòng trong để ước lượng đạo hàm của vector hàm từ dữ liệu đo, qua đó xác định góc khớp và điều khiển chính xác các khớp của tay máy công nghiệp.

3. ĐIỀU KHIỂN HỌC LẶP CÓ CẤU TRÚC HAI MẠCH VÒNG KHÔNG SỬ DỤNG MÔ HÌNH TOÁN CỦA ROBOT

Sơ đồ cấu trúc 2 mạch vòng được trình bày ở Hình 5. Mạch vòng bên ngoài là bộ điều khiển học lặp để xác định tín hiệu điều khiển g làm cho quỹ đạo các biến khớp q bám chính xác theo quỹ đạo cho trước R . Bộ điều khiển học lặp này sẽ sử dụng hàm học kiểu P với tham số hàm học K_k được chỉnh định online sau mỗi lần thử thứ k . Mạch vòng bên trong là bộ nhận dạng thông minh cho các thành phần bất định hàm μ bởi $\hat{\mu}$ nhờ phương pháp phân tích chuỗi Taylor để chuyển hệ robot ban đầu thành hệ tuyến tính có nhiễu ở đầu vào bằng phương pháp điều khiển bù.



Hình 5. Sơ đồ cấu trúc điều khiển học lặp

3.1. Điều khiển vòng trong bằng bộ điều khiển tuyến tính thông minh nhờ phân hồi trạng thái

Trước tiên điều khiển vòng trong, ta cần triển khai công thức ước lượng đạo hàm thông qua phân tích chuỗi Taylor để có được bộ điều khiển vòng trong như Hình 5, giúp chuyển hệ robot bất định có dạng:

$$\dot{x} = Ax + B[\hat{v} + \mu] \quad (7)$$

trong đó $A = \begin{pmatrix} 0_n & I_n \\ -A_1 & -A_2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0_n \\ I_n \end{pmatrix}$ thành hệ

tuyến tính:

$$\ddot{q} = \ddot{q} + \mu - \hat{\mu} = \ddot{q} + \delta \quad (8)$$

có thành phần bất định hàm dư thừa còn lại là rất nhỏ. Nhiệm vụ điều khiển bám bền vững với nhiễu δ dư thừa này sẽ được thực hiện bởi bộ điều khiển học lặp ở vòng ngoài có tham số học được xác định online. Bài toán cài đặt công thức để ước lượng đạo hàm của vector hàm số từ các giá trị đo được của nó cho bài toán điều khiển robot công nghiệp mà sau đây được viết lại theo dạng chuẩn của học lặp, thể hiện cùng với chu kỳ làm việc thứ k thành:

$$\dot{x}_k(\tau) = Ax_k(\tau) + B[\ddot{q}_k(\tau) + \mu] \quad (9)$$

Có những đặc điểm sau: Thứ nhất là giá trị đạo hàm của vector hàm $\dot{x}_k(\tau)$ cần ước lượng là tại thời điểm cuối cùng trong số hai giá trị đo được trước đó $\dot{x}_k(\tau)$. Thứ hai là tập gồm tất cả giá trị đo được $\dot{x}_k(\tau_i)$ là cách đều nhau, tức là có $\tau_i - \tau_{i-1} = T_s$ với mọi i . Thông qua các đặc điểm này, bộ điều khiển vòng trong giúp đảm bảo tính ổn định của hệ bằng cách chuyển vấn đề phức tạp của hệ ban đầu sang một hệ đơn giản và dễ điều khiển hơn, trước khi chuyển sang bộ điều khiển học lặp ILC ở vòng ngoài. Dựa trên hai đặc điểm này, công thức ước lượng đạo hàm của vector trạng thái trở thành:

$$\dot{x}_k(i) \approx D_1^T x_k(i) - D_0^T x_k(i-1) \quad (10)$$

Thay (10) vào (9) ứng với $\tau = iT_s$ khi đã được bù bởi $\hat{\mu}(i-1)$ có từ thời điểm trước, sẽ được

$$\begin{aligned} D_1^T x_k(i) - D_0^T x_k(i-1) &\approx \\ &\approx Ax_k(i) + B[\ddot{q}_k(i) + \hat{\mu}(i) - \hat{\mu}(i-1)] \end{aligned} \quad (11)$$

Từ (11) sẽ được sử dụng để xác định giá trị ước lượng một cách trực tiếp sau:

Trước tiên ta thay $\approx$ và $\mu(i)$ trong (11) bởi $\hat{\mu}(i)$

$$\begin{aligned} D_1^T x_k(i) - D_0^T x_k(i-1) = \\ = Ax_k(i) + B[\vartheta_k(i) + \mu(i) - \hat{\mu}(i-1)] \end{aligned} \quad (12)$$

Tiếp theo, với (12) ta suy ra được giá trị ước lượng của thành phần bất định hàm $\mu(t)$ tại thời điểm hiện tại $\tau = kT + iT_s$, ký hiệu bởi $\hat{\mu}(t)$, theo phép tính truy hồi từ $\hat{\mu}(i-1)$ như sau:

$$\begin{aligned} B\hat{\mu}(i) = D_1^T x_k(i) - D_0^T x_k(i-1) \\ - Ax_k(i) - B[\vartheta_k(i) - \hat{\mu}(i-1)] \end{aligned} \quad (13)$$

Hay

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(i) = B^T [D_1^T x_k(i) - D_0^T x_k(i-1) - Ax_k(i)] \\ - \vartheta_k(i) - \hat{\mu}(i-1) \end{aligned} \quad (14)$$

Vì có $B^T B = I_n$. Công thức (14) cho phép ước lượng thành phần bất định một cách chính xác $\mu(t)$ từ dữ liệu đo đạc trước đó. Chất lượng bộ điều khiển vòng trong ảnh hưởng bởi độ chính xác của thành phần ước lượng $\hat{\mu}(i)$, đảm bảo hệ thống tuyến tính hóa hoạt động hiệu quả và ổn định. Điều này giúp làm giảm nhiều còn dư, cải thiện khả năng bám sát quỹ đạo mẫu và nâng cao độ bền vững của hệ robot công nghiệp.

3.2. Điều khiển vòng ngoài bằng bộ điều khiển học lặp

Nhiệm vụ tiếp theo là thiết kế bộ điều khiển học lặp cho vòng ngoài, nhằm xác định $\vartheta_k(i)$ trong bộ điều khiển $x = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$ và $u_{dk} = \vartheta - A_1 q - A_1 \dot{q}$ sau khi đã bù bởi $\hat{\mu}(i)$. Điều này tương đương với việc xây dựng bộ điều khiển:

$$u_k(i) = \vartheta_k(i) - (A_1, A_2)x_k(i) - \hat{\mu} \quad (15)$$

sao cho hệ $\ddot{q} = u + \mu = \vartheta - \hat{\mu} + \mu = \vartheta + \delta$, khi được chuyển sang dạng rời rạc với $\vartheta_k(i)$ là hằng số từng đoạn, được mô tả bởi:

$$\begin{cases} x_k(i+1) = \hat{A}x_k(i) + \hat{B}[\vartheta_k(i) + \delta] \\ y_k(i) = \hat{C}x_k(i) \end{cases} \quad (16)$$

có đầu ra $y_k(i)$ bám theo quỹ đạo mẫu $r(i)$, trong đó:

$$\begin{aligned} \hat{A} = e^{AT_s}, \hat{B} = \int_0^{T_s} e^{At} B dt, A \\ = \begin{pmatrix} 0_n & I_n \\ -A_1 & -A_2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0_n \\ I_n \end{pmatrix}, \hat{C} = (I_n \quad 0_n) \end{aligned} \quad (17)$$

Ngoài ra, hai ma trận tùy chọn A_1 và A_2 của bộ điều khiển (15) cũng cần làm cho ma trận A định nghĩa bởi (17) là Hurwitz (hoặc Schur) để đảm bảo sự ổn định của hệ. Bộ điều khiển học lặp được thiết kế ở đây sẽ sử dụng hàm học kiểu P với tham số K_k được điều chỉnh tối ưu theo từng lần thử k . Quy luật cập nhật như sau:

$$u_{k+1}(i) = \vartheta_k(i) + K_k e_k(i) \quad (18)$$

Với

$$K_k = \arg \min_{a \leq K \leq b} \|(I - \Phi K) \varepsilon_k\| \quad (19)$$

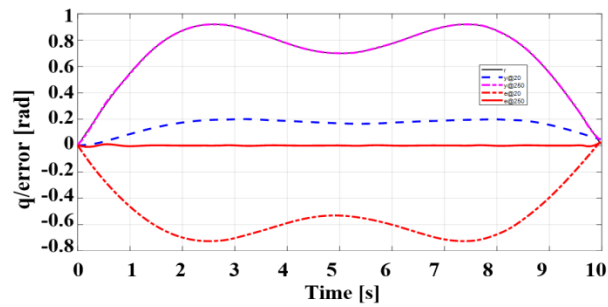
trong đó:

$$\varepsilon_k(i) = r(i) - y_k(i) \text{ và}$$

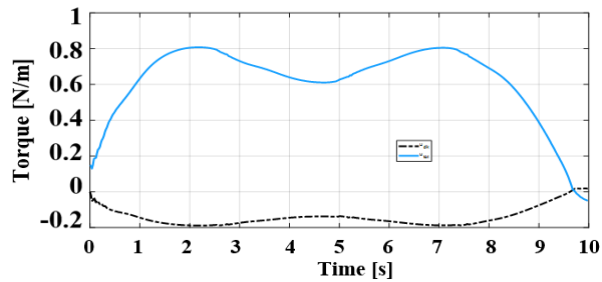
$$\varepsilon_k = \begin{pmatrix} \varepsilon_k(0) \\ \varepsilon_k(1) \\ \vdots \\ \varepsilon_k(N-1) \end{pmatrix}, \Phi = \begin{pmatrix} \hat{C}\hat{B} & 0_n & \cdots & 0_n \\ \hat{C}\hat{A}\hat{B} & \hat{C}\hat{B} & \cdots & 0_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{C}\hat{A}^{N-1}\hat{B} & \hat{C}\hat{A}^{N-2}\hat{B} & \cdots & \hat{C}\hat{B} \end{pmatrix}$$

3.3. Áp dụng mô phỏng cho khớp nối có độ cứng vững thấp

Các tham số của một khớp nối có độ cứng vững thấp: $J_M = 0.0004 \text{ kgm}^2$; $J_L = 0.004 \text{ kgm}^2$; $B_L = 0.22 \text{ Nms/rad}$; $B_M = 0.0035 \text{ Nms/rad}$; $i = 1$, $K_{CV} = 3 \text{ Nm/rad}$. $t_s = 0.02s$; $\tau_d(t) = \theta_{11} \sin \theta_{12} t$, $\theta_n, n = 1 \div 15$, $T = 10s$; $q_{L_ref} = \sin(\pi t/T) + 0.3 \sin(3\pi t/T)$, $A_1 = 0.2$; $A_2 = 0.08$

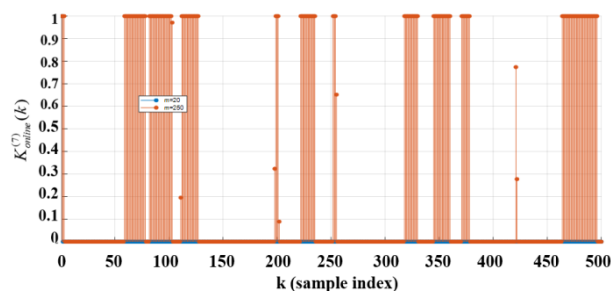


Hình 6. Đáp ứng vị trí của khớp q_L khi sử dụng (19)



Hình 7. Biểu diễn đáp ứng u_{dk} tác động vào khớp nối có độ cứng vững thấp

Nhận xét: Hình 6 là kết quả vị trí khớp q_L lần lượt sau 20 và 250 lần thử khi bộ điều khiển học lặp sử dụng công thức (19) cho việc xác định “thông minh” tham số hàm học $K_k = \text{diag}(K_k^j)$ với $j = 1$ là chỉ số của cặp tín hiệu vào ra $u_j \mapsto q_j$ đã xác định u_{dk} như Hình 7. Kết quả này cho thấy bộ điều khiển đã mang lại chất lượng bám theo yêu cầu và sau 250 lần thử tín hiệu đầu ra q_L đã bám theo được tín hiệu đặt q_{L_ref} . Sự thay đổi tham số hàm số sử dụng (19) như Hình 8.



Hình 8. Sự thay đổi tham số hàm học khi sử dụng (19)

4. KẾT LUẬN

Bài báo này trình bày nội dung thuật toán điều khiển lai nhằm nâng cao chất lượng bám quỹ đạo cho các robot công nghiệp có khớp độ cứng vững thấp, nơi biến dạng đàn hồi, dao động và bất định tham số gây ảnh hưởng đáng kể đến độ chính xác chuyển động. Trước hết, bộ điều khiển vòng trong không dùng mô hình được phát triển dựa trên ước lượng đạo hàm bằng khai triển Taylor, giúp tuyến tính hóa động lực học phi tuyến của khớp và bù tổng nhiễu mà không cần mô hình robot. Tiếp theo, cấu trúc Điều khiển học lặp (ILC) ở vòng ngoài được tích hợp, trong đó tham số hàm học được nhận dạng trực tuyến nhằm bảo đảm quá trình lặp hội tụ nhanh và ổn định trong các nhiệm vụ lặp lại. Kết quả mô phỏng cho thấy phương pháp đề xuất có khả năng triệt tiêu dao động, cải thiện độ chính xác bám quỹ đạo và duy trì tính bền vững khi hệ có độ mềm khớp và nhiễu thay đổi. Nghiên cứu này mở ra nền tảng triển vọng cho việc ứng dụng các chiến lược điều khiển học thông minh trong hệ robot công nghiệp sử dụng khớp đàn hồi.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] A. De Luca and W. J. Book, “Robots with flexible elements,” in *Springer Handbook of Robotics*, 2nd ed., B. Siciliano and O. Khatib, Eds. Springer, 2016, pp. 243–282. DOI: 10.1007/978-3-540-30301-5.

- [2] P. H. Chang and J. W. Lee, "A survey on flexible joint robots: Modeling, control, and applications," *Int. J. Control Autom. Syst.*, vol. 15, no. 5, pp. 2320–2332, 2017.
- [3] J. Chen and Z. Sun, "Nonlinear observer-based control for robots with joint flexibility," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 70, no. 3, pp. 2784–2795, 2023. DOI: 10.1109/TIE.2022.3208740.
- [4] Y. Nakanishi, H. Sato, and T. Murakami, "Adaptive control of robot manipulators with joint elasticity and backlash," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 67, no. 8, pp. 6574–6583, 2020. DOI: 10.1109/TIE.2019.2958852.
- [5] J. W. Martin, *Mechanical Engineering Design: Transmission Systems*, Butterworth-Heinemann, 2018.
- [6] Y. Ding, H. Wu, and X. Chen, "Nonlinear dynamic analysis of low-stiffness shaft coupling systems," *Nonlinear Dyn.*, vol. 105, no. 3, pp. 2277–2292, 2021. DOI: 10.1007/s11071-021-06540-5.
- [7] H. Wu, J. Xu, and Y. Ding, "Resonance suppression for mechanical systems with low-stiffness couplings," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 182, 109529, 2023. DOI: 10.1016/j.ymssp.2023.109529.
- [8] R. L. Norton, *Design of Machinery*, 6th ed., McGraw-Hill, 2020.
- [9] T. C. Lim and B. S. Lee, "Finite element modeling of V-belt drive system," *Mech. Mach. Theory*, vol. 132, pp. 185–199, 2019. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2018.10.008.
- [10] P. Sharma and R. K. Aggarwal, "Experimental analysis of vibration in V-belt drive system," *J. Vib. Eng. Technol.*, vol. 9, no. 4, pp. 671–683, 2021. DOI: 10.1007/s42417-020-00203-5.
- [11] M. W. Spong, "Modeling and control of elastic joint robots," *ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control*, vol. 109, no. 4, pp. 310–319, 1987. DOI: 10.1115/1.3143860.
- [12] M. G. Decker and A. C. Smith, "Belt drive mechanics and efficiency," *ASME J. Mech. Des.*, vol. 142, no. 5, 2020. DOI: 10.1115/1.4045731.
- [13] S. K. Sharma, A. Gupta, and S. Singh, "Performance evaluation of V-belt drives under variable load conditions," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 168, 105299, 2020. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2019.105299.
- [14] D. R. Liao and H. H. Chiang, "Dynamic stiffness and damping of V-belt drives considering friction and slip," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 166, 108448, 2022. DOI: 10.1016/j.ymssp.2021.108448.
- [15] H. Wang, L. Zhao, and X. Sun, "Nonlinear vibration characteristics of belt drive systems with low-stiffness pulleys," *Nonlinear Dyn.*, vol. 111, no. 2, pp. 1751–1768, 2023. DOI: 10.1007/s11071-022-08153-1.
- [16] H. Shao, J. Xu, and D. Wang, "Control of robotic manipulators with elastic joints: A survey," *Annu. Rev. Control*, vol. 49, pp. 54–67, 2020. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2020.03.003.
- [17] A. I. Kharisov, "Advanced filtering and PID methods for vibration suppression in flexible joint drives," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 162, 108035, 2022. DOI: 10.1016/j.ymssp.2021.108035.
- [18] Y. Yan, F. Liu, T. Ren, and L. Ding, "Nonlinear extended state observer based control for the teleoperation of robotic systems with flexible joints," *Math. Biosci. Eng.*, vol. 21, no. 1, pp. 1203–1227, 2024. DOI: 10.3934/mbe.2024051.
- [19] Y. Wang, F. Gao, and D. Xu, "Intelligent iterative learning control for uncertain nonlinear robotic systems," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 51, no. 6, pp. 3012–3024, 2021. DOI: 10.1109/TSMC.2020.2984985.
- [20] S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki, "Bettering operation of robots by learning," *J. Robot. Syst.*, vol. 1, no. 2, pp. 123–140, 1984. DOI: 10.1002/rob.4620010206.
- [21] P. D. Nguyen and N. H. Nguyen, "An intelligent parameter determination approach in iterative learning control," *Eur. J. Control*, vol. 61, pp. 91–100, 2021. DOI: 10.1016/j.ejcon.2021.04.007.

Thông tin liên hệ:

Võ Thu Hà

Điện thoại: 0913024989 - Email: vtha@uneti.edu.vn

Khoa Điện - Tự động hóa, Trường Đại học Kinh tế - Kỹ thuật Công nghiệp.

